

# Appendix 1

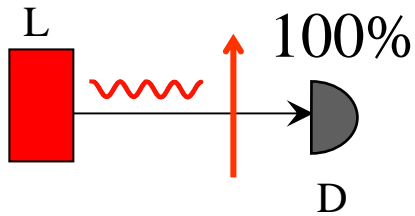
Quantum mathematics

(Deutsche Version)

# Quantenmathematik 1

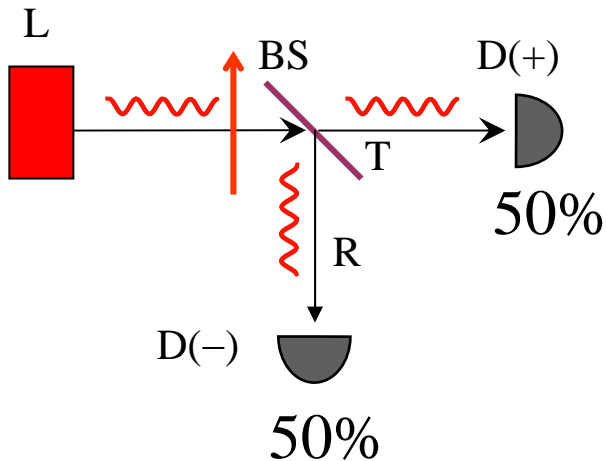
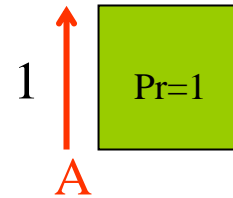
1. Jeder sich propagierenden Lichtwelle wird eine **Amplitude  $A$**  zugeschrieben.  $A$  ist ein Pfeil, der sich wie ein Uhrzeiger dreht. Die **Drehgeschwindigkeit** von  $A$  ist proportional zur Frequenz der Welle.
2. Die **Wahrscheinlichkeit  $P_r$** , dass ein Detektor an einer bestimmten Stelle feuert, ist durch die Fläche eines Quadrats gegeben, dessen Seiten die **Länge** des Pfeils  $A$  haben.
3. Bei jeder Abzweigung in einem halbtransparenten Spiegel springt der Pfeil der **reflektierten** Welle um  $90^\circ$  um:  
Zeigt beispielsweise der Pfeil vor der Abzweigung auf die Ziffer 12 der Uhr, zeigt der Pfeil der reflektierten Welle auf die Ziffer 3 der Uhr.

# Quantenmathematik 2



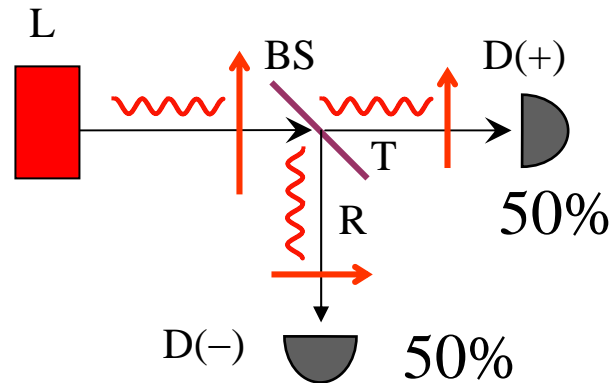
Die Amplitude  $A$  vor dem Detektor D ist ein Pfeil von Grösse 1, der auf 12 Uhr (auf die Ziffer 12 der Uhr) zeigt.

Die Wahrscheinlichkeit  $Pr$ , dass Detektor D klickt ist  $1^2$  oder 100%:



Die Amplitude  $A$  vor der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Grösse 1, der auf 12 Uhr zeigt.

# Quantenmathematik 3



Die Amplitude  $A$  der T Welle unmittelbar nach der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Grösse 0.7071, der auf 12 Uhr zeigt. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit  $\text{Pr}$ , dass ein Detektor klickt, ist 50%:

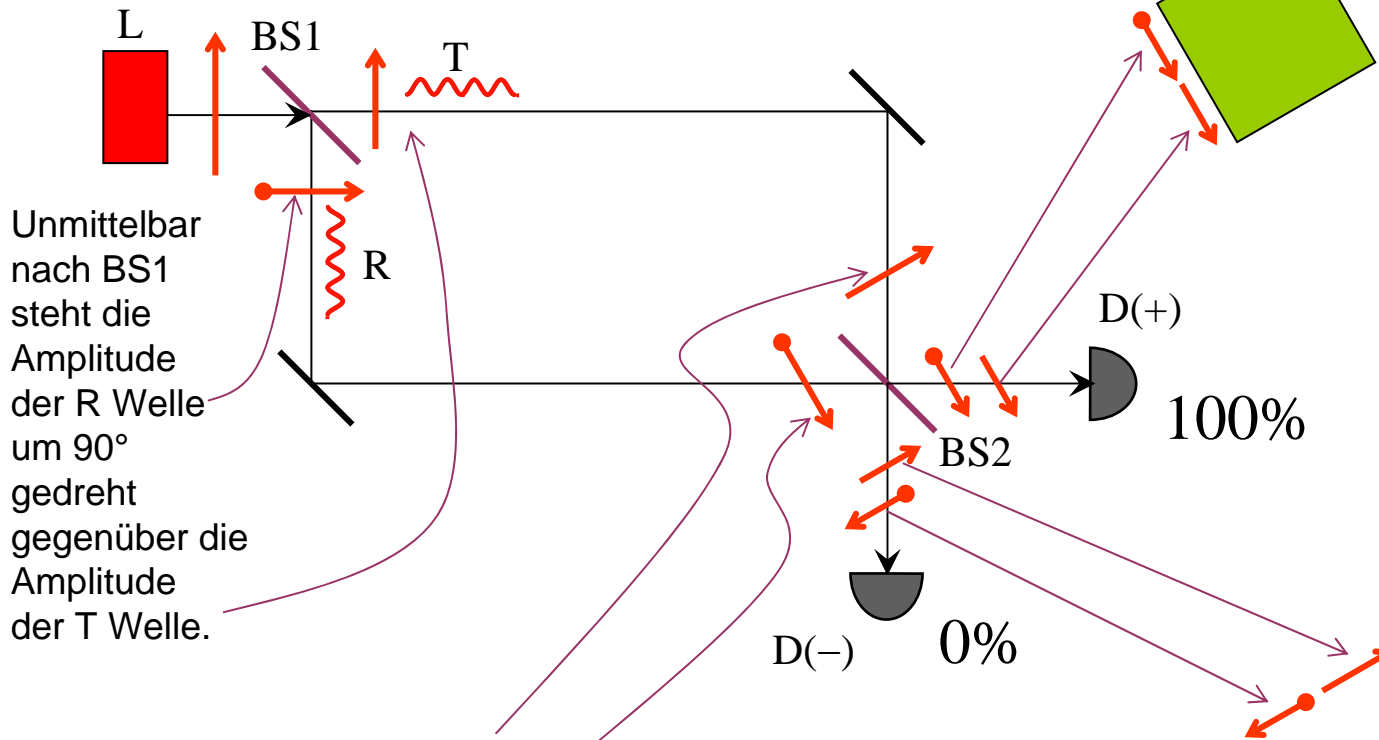
$$0.7071 \uparrow \boxed{0.5} \quad \text{Pr}(+) = 50\% = 0.5 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0.7071^2$$

Die Amplitude  $A$  der R Welle unmittelbar nach der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Grösse 0.7071, der auf 3 Uhr zeigt. Die entsprechende Wahrscheinlichkeit  $\text{Pr}$ , dass ein Detektor klickt ist 50%:

$$\boxed{0.5} \rightarrow 0.7071 \quad \text{Pr}(-) = 50\% = 0.5 = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 0.7071^2$$

# Quantenmathematik 4

Die **Amplitude** vor der Abzweigung in BS ist ein Pfeil von Größe 1, der auf 12 Uhr zeigt:



Beim Durchqueren vom BS2 in Richtung D(+) dreht sich die Amplitude R nicht.

Bei der Widerspiegelung im BS2 in Richtung D(+) dreht sich die Amplitude der Welle T um 90°: Beide Pfeile treffen auf BS2 immer in einem Winkel von 0° zueinander und die Addition ergibt 1. Die Zählrate im D(-) ist 100%.

$$0.5 + 0.5 = 1$$

$$\text{Pr}(+) = 1^2 = 100\%$$

Sind die Wege T und R von BS1 bis BS2 gleich lang, dann drehen sich die Amplituden der T Welle und der R Welle um denselben Winkel und treffen auf BS2 immer in einem Winkel von 90° zueinander.

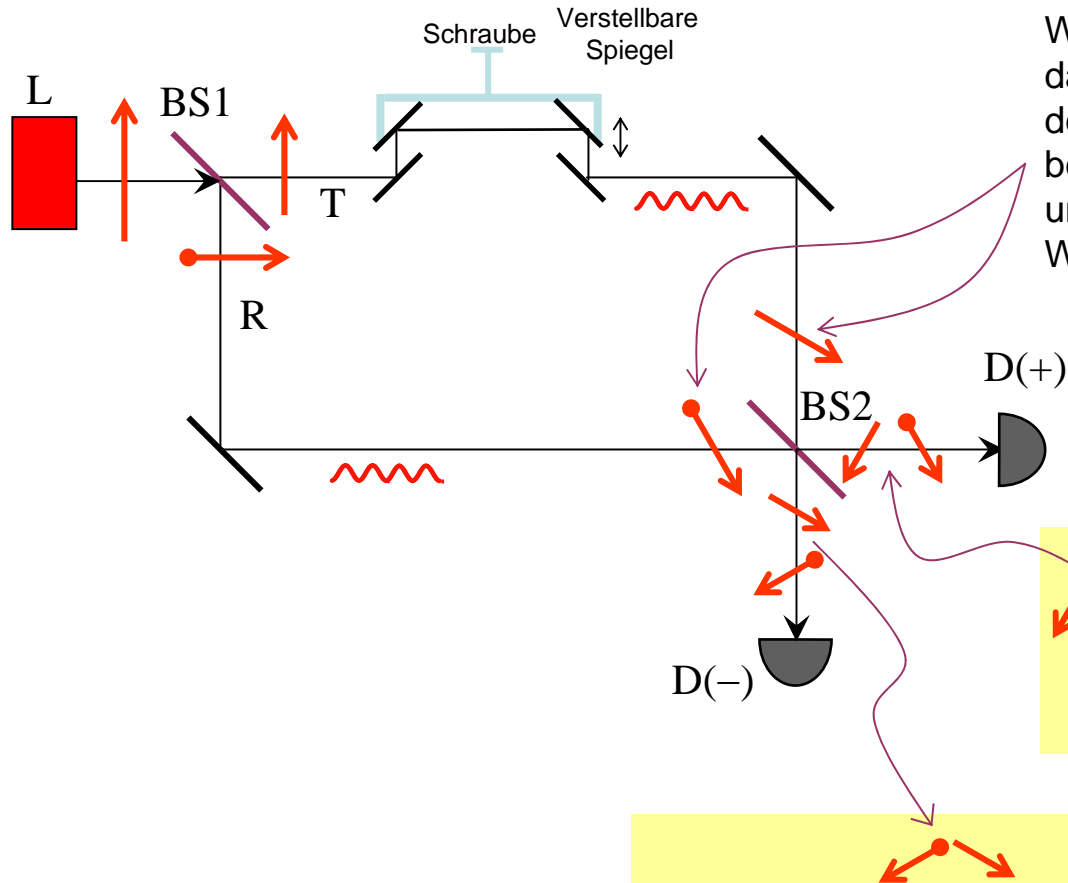
Beim Durchqueren vom BS2 in Richtung D(-) dreht sich die Amplitude T nicht.

Bei der Widerspiegelung im BS2 in Richtung D(-) dreht sich die Amplitude der Welle R um 90°: Beide Pfeile treffen auf BS2 immer in einem Winkel von 180° zueinander und die Addition ergibt 0. Die Zählrate im D(-) ist 0%.

$$0.5 - 0.5 = 0$$

$$\text{Pr}(+) = 0^2 = 0\%$$

# Quantenmathematik 5



Wird der Weg T etwas länger, dann dreht sich die Amplitude der T Welle etwas mehr und beide Amplituden werden unmittelbar vor BS2 z.B. einen Winkel von  $30^\circ$  bilden.

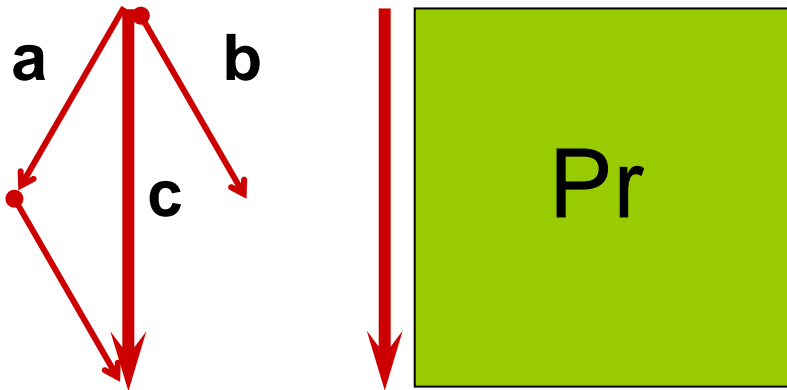
Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (+) bilden die Amplituden einen Winkel von  $60^\circ$ .

Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (-) bilden die Amplituden einen Winkel von  $120^\circ$ .

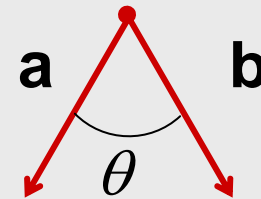
# Quantenmathematik 6

## Regel für die Addition von Amplituden

- Im Allgemeinen liegen die Pfeile nicht auf einer geraden Linie.
- Die Pfeile werden nach einander gereiht.
- Der Anfang wird mit dem Ende verbunden.
- Der resultierende Pfeil ist die Summe der Amplituden
- Das Quadrat des resultierenden Pfeils ergibt die Wahrscheinlichkeit



Mathematisch  
formuliert

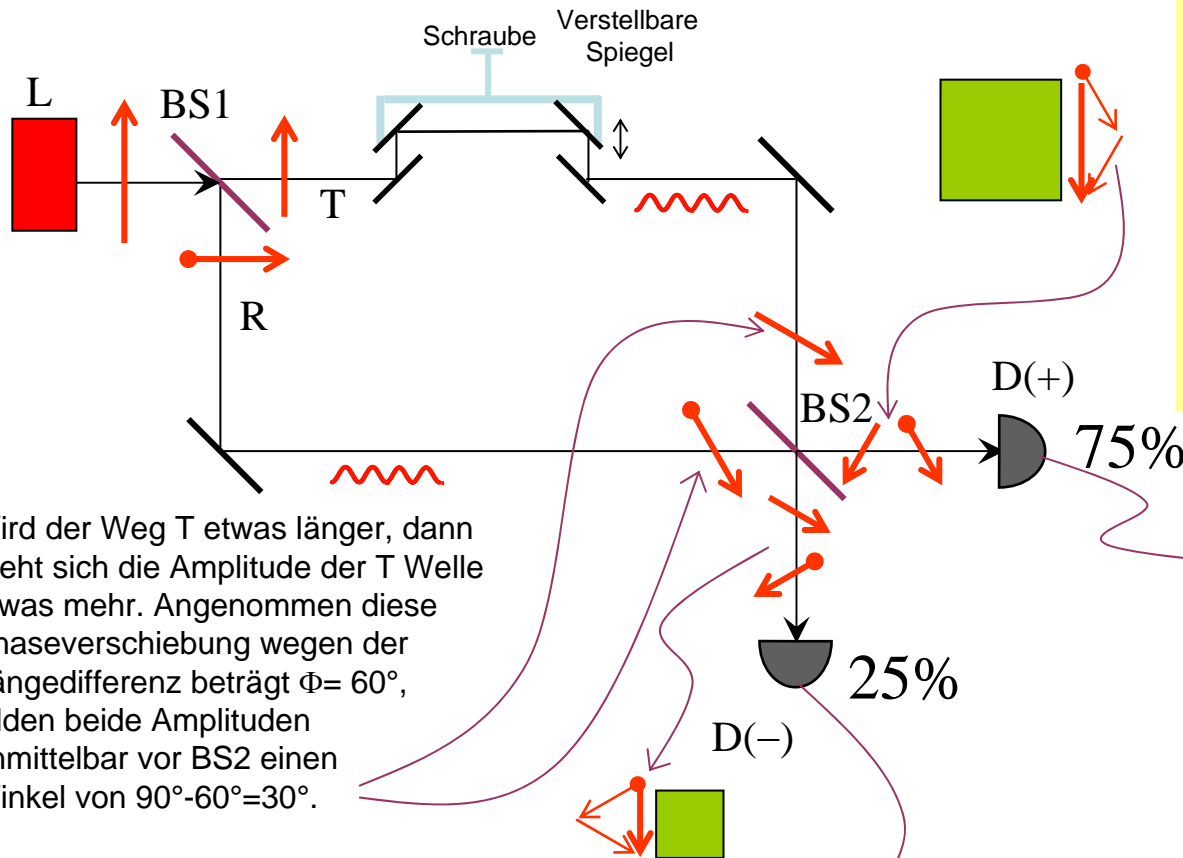


$$\begin{aligned} \text{Pr} &= |\mathbf{c}|^2 = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \\ &= |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2 + 2|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \theta \end{aligned}$$

Für  $\theta = 90^\circ$  erhält man den Pythagoras Satz:

$$|\mathbf{c}|^2 = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2$$

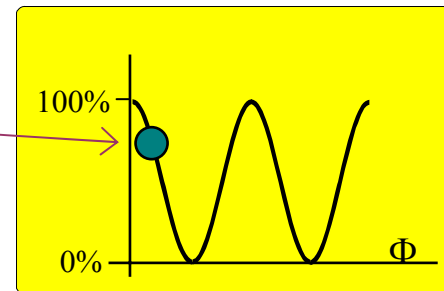
# Quantenmathematik 7



Wird der Weg T etwas länger, dann dreht sich die Amplitude der T Welle etwas mehr. Angenommen diese Phaseverschiebung wegen der Längendifferenz beträgt  $\Phi = 60^\circ$ , bilden beide Amplituden unmittelbar vor BS2 einen Winkel von  $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .

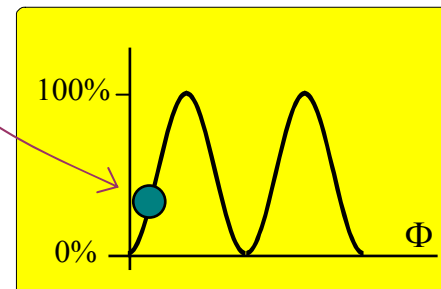
Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (+) bilden die Amplituden einen Winkel von  $\theta = 60^\circ = \Phi$ .

$$\begin{aligned} \text{Pr}(+) &= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + 2 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cos \theta \\ &= \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) = \frac{1}{2} (1 + \cos \Phi) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = 0.75 = 75\% \end{aligned}$$



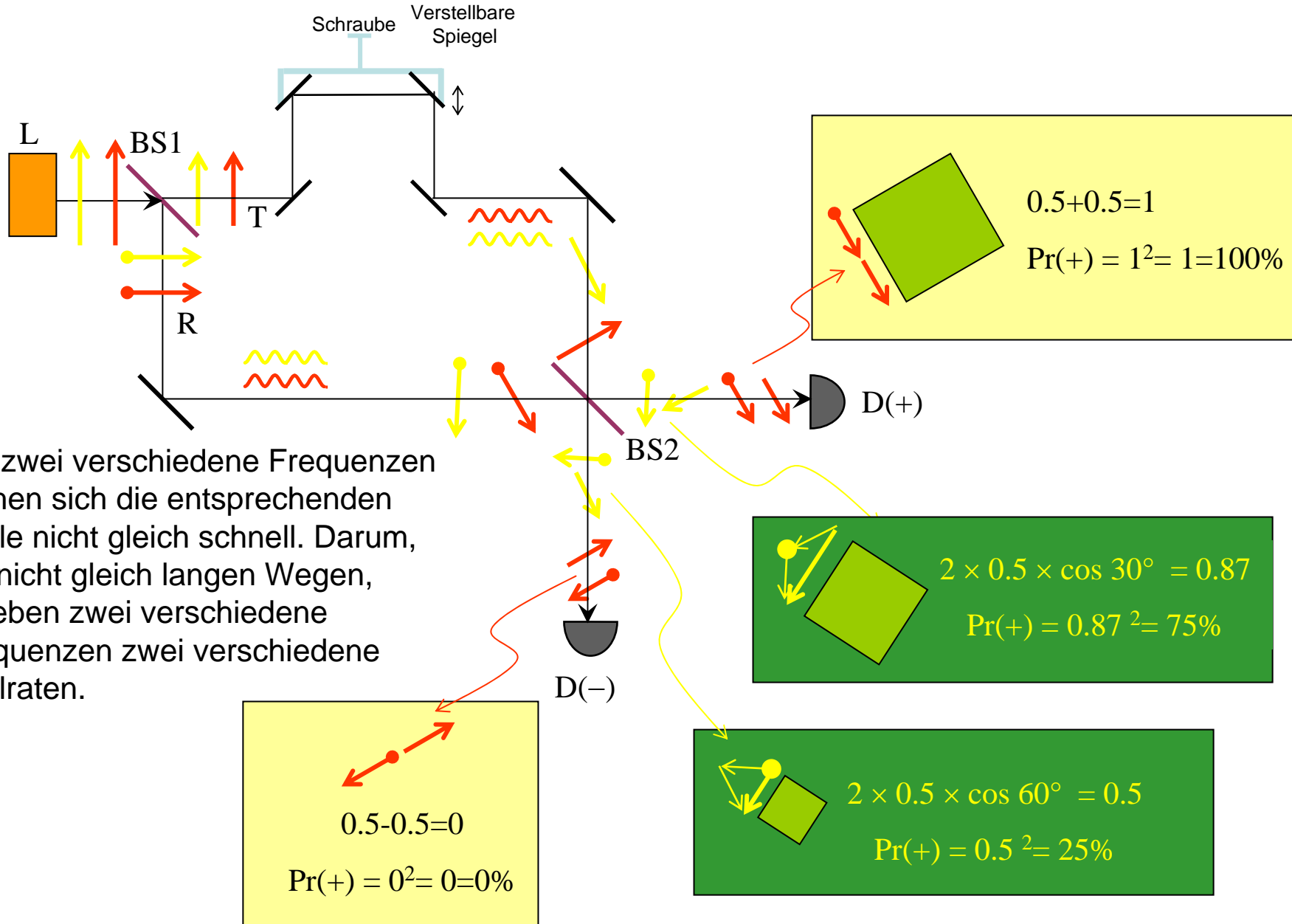
Unmittelbar nach BS2 auf den Ausgang (-) bilden die Amplituden einen Winkel von  $\theta = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ = \pi - \Phi$ .

$$\begin{aligned} \text{Pr}(-) &= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} + 2 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \cos \theta = \frac{1}{2} (1 + \cos \theta) \\ &= \frac{1}{2} (1 + \cos(\pi - \Phi)) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = 25\% \end{aligned}$$





# Quantenmathematik 8



Für zwei verschiedene Frequenzen drehen sich die entsprechenden Pfeile nicht gleich schnell. Darum, bei nicht gleich langen Wegen, ergeben zwei verschiedene Frequenzen zwei verschiedene Zählraten.

# Quantenmathematik 9

Je mehr Frequenzen, desto mehr verschiedene Zählraten und desto unsichtbarere Interferenz.

